Eine explizite Formel fuer die L_2-Diskrepanz von $(n\alpha)$-Folgen

Johannes Schoissengeier[1] <johannes.schoissengeier@univie.ac.at>

Es ist das eine gemeinsame Arbeit mit Luis Rocadas.
Ist N eine positive ganze Zahl und α eine irrationale Zahl im Intervall $[0,1)$ mit der Kettenbruchentwicklung $[0;a_1,a_2,...]$ und den Näherungsbrüchen $\frac{p_n}{q_n}$, so gibt es genau eine Folge $(b_i)_{i\geq 0}$ nichtnegativer ganzer Zahlen, sodaß $N=\sum_{i=0}^{\infty} b_i q_i,\ b_i \leq a_{i+1},\ b_0 < a_1$ und $b_i = a_{i+1} \implies b_{i-1}=0$ gilt. Man nennt diese Darstellung von N die Ostrowskientwicklung von N zur Basis α.
Der Ausdruck $D_N^{(2)}(\alpha) = (\int_0^1 (\sum_{n=1}^{N} c_{[0,x)}(\{n\alpha\}) - Nx)^2 dx)^{1/2}$ heißt die L_2-Diskrepanz der Folge $(n\alpha)$ modulo 1, wenn $c_{[0,x)}$ die charakteristische Funktion des Intervalls $[0,x)$ und $\{y\} = y - [y]$ den Bruchteil von y bezeichnet.
Dieser Ausdruck wuerde zur Berechnung nach Definition zumindest cN^2, $c>0$, Rechenschritte benötigen. Es gibt nun eine Formel, die es ermöglicht, ihn in $O(\log^4 N)$ Schritten zu berechnen. Der Beweis dieser Formel war ursprünglich ausserordentlich lang (36 eng beschriebene Seiten in Tex) und konnte nun auf 5 Seiten gekürzt werden. Da es aber ein verschachtelter Induktionsbeweis ist, ist für den neuen Beweis der ursprüngliche zumindest "hilfreich" gewesen.

[1] Fakultaet fuer Mathematik, Universitaet Wien