Napierzyklen

Johannes Böhm[1] <boehm@minet.uni-jena.de>

Bei der Untersuchung rechtwinkliger sphärischer Dreiecke spielt die Napiersche Regel eine besondere Rolle.Eine geometrische Veranschaulichung dieser Regel hat C.F. Gauss 1836 erkannt und die Darstellung dieser Kette von entsprechenden fünf elliptischen Dreiecken "Pentagramma Mirificum" genannt. Eine Verallgemeinerung auf höherdimensionale elliptische Räume konnte L. Schläfli geben, indem er die (Schläflische) Orthoschemkette 1852 beschrieb. Dabei ist ein Orthoschem ein spezielles Simplex mit gewissen Rechtwinkeleigenschaften, als verallgemeinertes rechtwinkliges Dreieck betrachtet. Insbesondere kann die Menge der Orthoscheme als ein (Zerlegungs-)Baukasten für ein beliebiges Polyeder in einem entsprechenden Raum konstanter Krümmung dienen. Ein auf der Hand liegendes Anliegen ist eine Übertragung der bisherigen Ergebnisse vom elliptischen Raum auf den hyperbolischen. Dabei muss eine Erweiterung des hyperbolischen Raumes auf den projektiven Raum (Minkowskischer Raum) zugelassen werden, um eine natürliche Übertragung zu erreichen. Hierzu gibt es bereits Untersuchungen von G. Kipper und R. Kellerhals aus dem Jahre 1988 sowie von H.Ch. Im Hof und dem Autor. Es geht hierbei um die verschiedenen möglichen Typen von (verallgemeinerten) hyperbolischen Orthoschemen sowie um Napierzyklen, die das hyperbolische Gegenstück zur elliptischen Schäflischen Kette darstellen. Darüber hinaus definiert jeder Napierzyklus als Durchschnitt aller Glieder des Zyklus ein (echtes) hyperbolisches Polytop, das der hyperbolische Kern des Napierzyklus genannt wird. Um die verschiedenen Typen von solchen Orthoschemen und deren Anzahl sowie die Typen und die Anzahl von Napierzyklen und deren Kerne zu bestimmen, sind drei Instrumente nützlich: 1. Die Coxeter-Bennettsche Konfiguration, vorwiegend für den elliptischen Fall von H.S.M. Coxeter 1936 beschrieben. Diese Konfiguration spiegelt die metrischen Daten des betreffenden Orthoschems wider. 2. Die geometrische Permutation, die eine geometrische Realisierung einer Coxeter-Bennettschen Konfiguration gewährleistet. 3. Die Periodizität einer geometrischen Permutation, mit deren Hilfe die Anzahl der verschiedenen Typen von Napierzyklen rekursiv für jede Dimension bestimmt werden kann.

[1]Friedrich-Schiller- Universität Jena